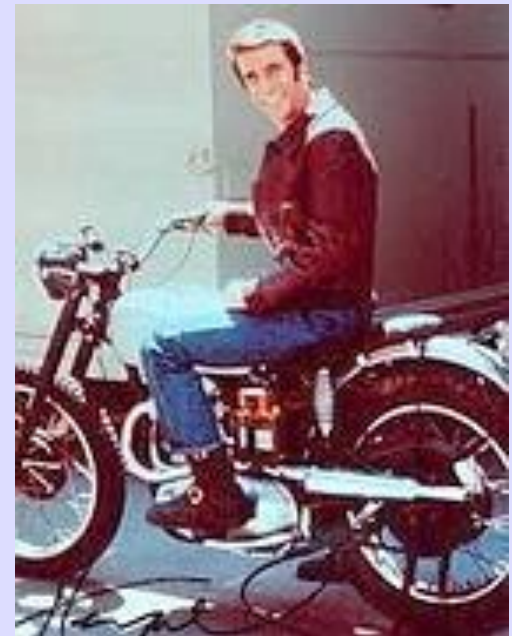


Didattica della matematica

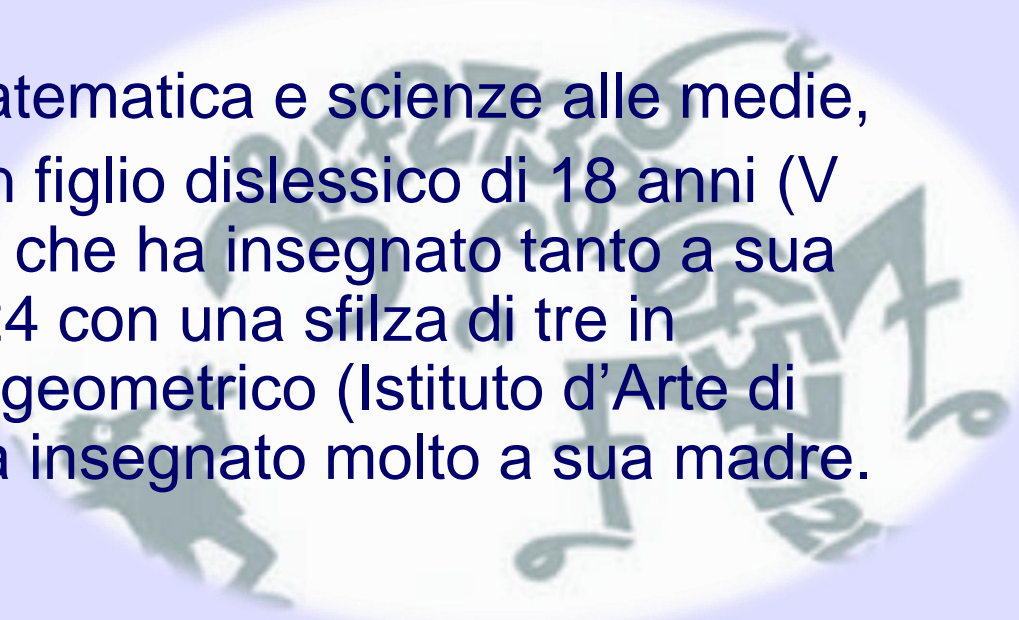
Questo è un problema!



Per me quasi una condanna: ero una bambina che leggeva il mondo con i numeri e a cui tutti i “grandi” dicevano che avrebbe fatto l’insegnante di matematica.

Al liceo spiegavo lo studio di funzione ai compagni, all’università amavo le applicazioni dell’analisi, poi lezioni ... ad amici, ai figli degli amici, ai miei figli, agli amici dei miei figli, agli alunni, ad amici degli alunni

Oggi sono docente di matematica e scienze alle medie, in AID dal 2005, con un figlio dislessico di 18 anni (V Industriale Meccanica) che ha insegnato tanto a sua madre, e una figlia di 24 con una sfilza di tre in matematica e disegno geometrico (Istituto d’Arte di Urbino) ... anche lei ha insegnato molto a sua madre.



LUCA MARI:
MATEMATICA: un linguaggio per

Analizzare problemi e
identificare/costruire
soluzioni



Calcolare soluzioni



Analizzare i risultati e
validare le soluzioni

Lasciamolo fare
al calcolatore



Problemi - OCSE

- L'apprendimento della matematica dei nostri studenti è basato sulla memorizzazione di informazioni, descrizioni ed enunciati. Gli studenti sono bravissimi esecutori di procedure ma non le padroneggiano e quindi non sono in grado di utilizzarle in altri contesti. La matematica è considerata una materia arida.

Risolvere problemi e svolgere esercizi sono attività significativamente diverse.

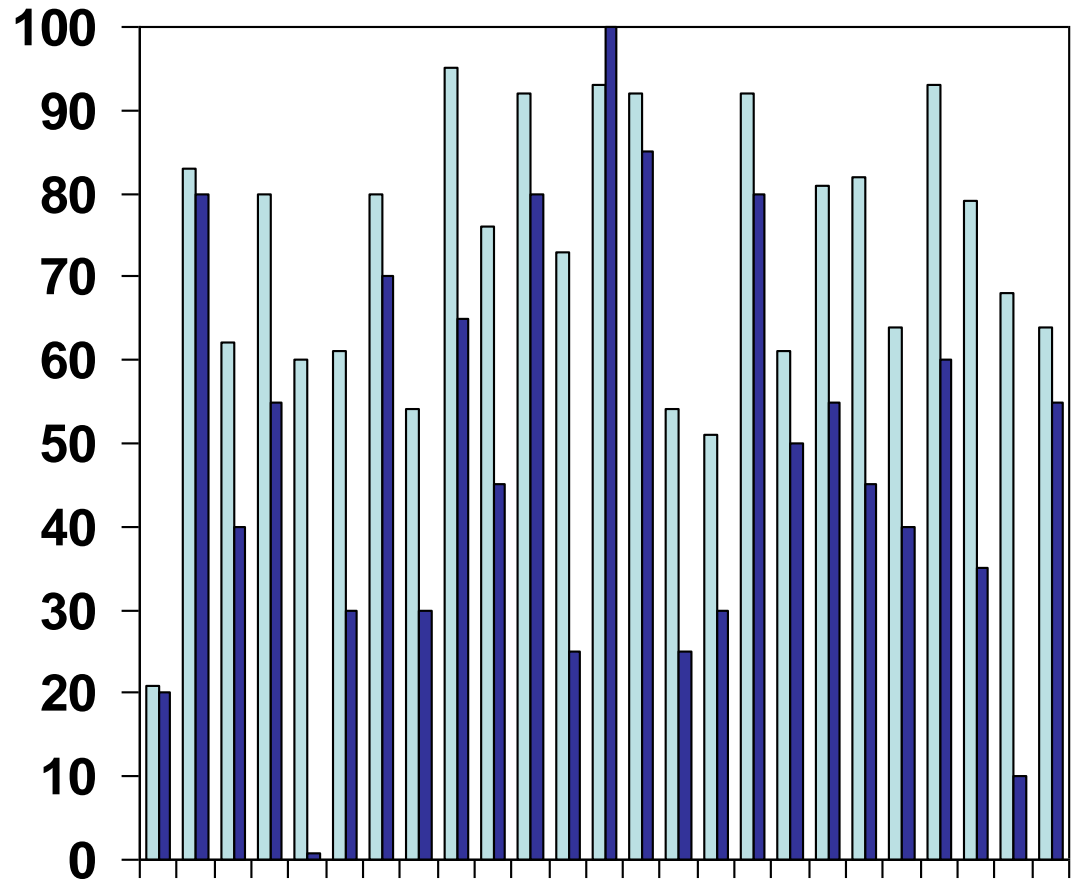
Infatti:

- La specie umana si è evoluta perché ha risolto problemi, non solo esercizi
- Si diventa (psicologicamente e cognitivamente) adulti risolvendo problemi, non svolgendo esercizi
- Nel «mondo del lavoro» si è chiamati a risolvere problemi, non svolgere esercizi.

Luca Mari (LIUC-Università Cattaneo - Varese)

Arriviamo al problema

- Risultati della prova di ingresso di una classe di alunni della I media
- Numeri e calcolo in celeste
- Problemi in blu



Dal concreto all'astratto poi viceversa

- La soluzione di un problema non deve vedersi nell'insegnamento della matematica solo come un fine, ma anche come un mezzo: “il problema didattico centrale risiede nella scelta di situazioni idonee a far insorgere in modo naturale congetture, ipotesi, problemi”
- La strategia didattica nota come “insegnamento per problemi” fu già avanzata da A.C.Clairaut (1713-1765) nel suo libro “Elements de Géométrie” nel quale la geometria veniva presentata a partire da problemi concreti. Nella prefazione, Clairaut si pronunciava negativamente sull'insegnamento tradizionale della geometria, condotto in modo scollegato dalla realtà e quindi dall'interesse dell'allievo.
- Per sviluppare e formare il pensiero formale astratto è necessario partire dal reale, aiutando a visualizzare la situazione che vogliamo proporre in micro sequenze, anche, se necessario, con l'aiuto di oggetti (compravendita, utilizzo di solidi presi dal reale, una indagine statistica concreta) risolvendo i problemi con immagini e lavorando per analogie.

Indicazioni nazionali (Moratti)

Indicazioni per il curricolo (Fioroni)

- Fin dalla I elementare troviamo: "Esplorare, rappresentare (con disegni, parole, simboli) e risolvere situazioni problematiche "
- VI – V "Partendo dall'analisi del testo di un problema, individuare le informazioni necessarie per raggiungere un obiettivo, organizzare un percorso di soluzione e realizzarlo. Riflettere sul procedimento seguito e confrontarlo con altre possibili soluzioni"
- "Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione dei problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

- Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione fra pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni-problema, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che si intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. Già nei primi anni di scuola l'alunno comincia ad avere un controllo sul procedimento risolutivo e a confrontare i risultati con gli obiettivi.
- Sono sicura che ogni alunno ha riempito molti quaderni di problemi con le loro belle soluzioni. Ma allora qual è il problema?

Chiedo agli alunni di II media di spiegarmi come affrontavano i problemi alla primaria:

- 1. "Dovevamo scrivere il testo, verbalizzare il problema, fare il diagramma a blocchi, i calcoli in riga e in colonna, le rispostine e la risposta: io i problemi li facevo a modo mio, riportavano ma prendevo sempre 6, era una palla!"
- 2. "Non mi piaceva perché per fare un problema usavamo tre pagine di quaderno"
"nel senso letterale o figurativo?"
"nel senso letterale!"
- 3. "Ci trattavano come all'asilo, era più importante come lo facevi che il risultato. Dovevi ricordare tutte le cose da fare; poi dovevi fare tutto di colore diverso!"

Considerazioni

Guardo qualche quaderno e mi chiedo:

se è vero che un problema esiste solo perché c'è una domanda, allora una volta trovata la risposta alla domanda perché si chiede all'alunno di continuare a risolverlo? Trovo giusto presentare altri metodi, ma poi ci si dovrebbe aspettare che lui scelga quale utilizzare, magari si può invogliarlo a scegliere strade diverse quando si sentono più sicuri, ma non costringerlo ogni volta ad utilizzarli tutti e sempre nella stessa sequenza.

Ricordiamo che deve essere chiara la partenza e l'arrivo, quindi una volta arrivati ...

Penso che dobbiamo anche chiederci che senso ha appesantire così una materia che per alcuni lo è già di suo.

Ancora gli alunni di seconda media che parlano della matematica alle elementari

4. “Io bene o male ci capivo in matematica, però se eri veloce eri il più bravo, uno lento non poteva essere bravo, anche se arrivavi solo secondo”
5. “Io, invece, mi annoiavo perché ero veloce e dovevo aspettare gli altri!”
6. “Dopo un po’ i problemi erano tutti uguali, non ci ragionavi più, poi, fatta la verifica era finito, cambiavi tipo”
7. “Ogni tanto non riuscivo a capire l’operazione da fare”
8. “Io, i problemi, non sempre riuscivo a farli”

Altre considerazioni

- Non tutti sono veloci e questo in alcuni alunni genera una frustrazione non sempre gestibile perché si associa il non essere bravo in matematica ad una mancanza di intelligenza. Ansia, paura, rabbia sono tradizionalmente associate alla matematica e portano a comportamenti fallimentari (le risposte a caso). Si innesca una spirale.
- E che dire del fatto che alcuni bambini ricercano l'operazione da fare con tentativi successivi cercando di scrutare la risposta giusta sul viso dell'adulto che ha proposto il problema? Si ha l'impressione che concentriamo i nostri sforzi più sul far acquisire la procedura di soluzione di una operazione e le sue proprietà che non il suo significato. Anche qui un aiuto potrebbe proprio venire dalla ricerca di analogie nella soluzione dei problemi, lavorando sull'intuizione.
- Il problema della velocità, invece, può essere risolto facilmente assegnandone più di uno da fare in successione: ognuno ne risolverà quelli che sarà in grado di fare.

Dal libro “Le uova di Pascuale” di Giulia Ciriaci e Federico Sciocchetti

Si tratta di un'indagine statistica svolta da un insegnante di San Benedetto del Tronto.

“..... la tendenza, una volta letto il problema, a cercare subito le operazioni per risolverlo.

Questo atteggiamento potrebbe essere conseguente al fatto che molti alunni non sono soliti problematizzare le situazioni, sia relative ad argomenti di studio che al proprio vissuto.

Molto spesso il loro problema è solo quello evidenziato dai numeri, formulato da precise domande che riconducono a situazioni aritmetiche.

Il calcolo perciò rappresenta l'unica risposta per dare una soluzione.

Ragazzini diligenti, abituati però più che a ragionare sul nuovo, ad applicare formule mandate a memoria.”

Test proposto a circa 600 alunni di V elementare e
I media.

Soluzioni esatte per il 13% degli alunni

Per confezionare un cesto pasquale un commerciante usa una colomba da 12 euro, un uovo di Pasqua da 15 euro, due scatole di ovetti di cioccolato da 4 euro l'una.

Vende ogni cesto a 40 euro e vende in tutto 20 cesti.
Quanto ricava?

Rispondi alle seguenti domande:

1. Qual è l'obiettivo del problema?
2. In base ai dati forniti è possibile risolvere il problema?
3. Elenca tutti i dati del problema.
4. I dati forniti sono tutti necessari per risolvere il problema?
5. Elenca, se ci sono, i dati superflui.

La comprensione del testo: dall'italiano al “matematico”

Ma, quello che non dicono i ragazzi, sono le difficoltà che trovano nella comprensione del testo! Si prova con la ricerca di qualche parole chiave, ma :

- * Laura ha 5 caramelle e Sofia ne ha 3.
Quante caramelle ha in più Laura? (+)
Quante caramelle ha in meno Sofia? (-)
- * Spendo in cartoleria 15 euro e in lavanderia 19 euro.
Quanto ho speso in totale? (+)
- * Ho comperato 4 gomme e 2 matite. Se ho speso in totale 7 euro e per ciascuna matita ho speso 1.50 qual è il costo delle gomme?

La linguistica nei testi dei problemi matematici

- Spesso l'incapacità di risolvere problemi deriva dalla difficoltà di decodificare il testo verbale, cosa che non si può relegare all'ambito matematico. La comprensione può venire fuori solo da una sinergia fra docenti delle varie discipline (programmazione).
- Attenzione, però, al centro del nostro interesse, deve rimanere il concetto, non i contenuti perché questi sono interscambiabili. (“Mi raccomando la foglia: fatela cadere in tutte le materie meno che in scienze!” Alfio Zoi)

Esempi : di tutto un po'(Il elementare)

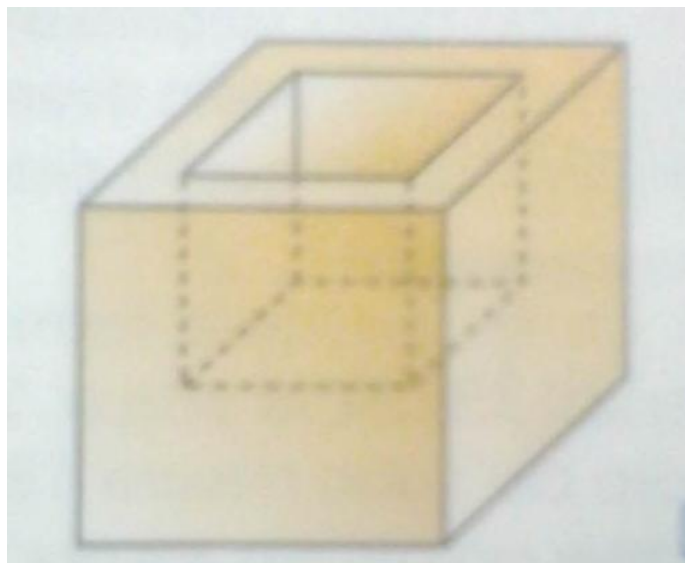
- Bianca deve distribuire equamente 43 bottiglie in 7 casse di legno. Quante bottiglie sistemerà in ogni cassa? Ci sarà posto per tutte le bottiglie?
- Il signor Antonio noleggia biciclette. Ne ha a disposizione 48. Questo pomeriggio ne ha già noleggiate 34. A quale domanda puoi rispondere?
 1. Quante biciclette sono state restituite?
 2. Quante biciclette può ancora noleggiare?
 3. Quanto costa il noleggio della bicicletta?Ora risolvi il problema.
- La passera Cippicippi ha messo al mondo tre dozzine di uccellini. Quanti uccellini sono nati? (Cipì)
- Nella fattoria di nonna Pia ci sono 78 conigli, 35 galline, 21 pulcini, 3 mucche e 5 gatti. Quanti animali in tutto? Quante zampe complessivamente?

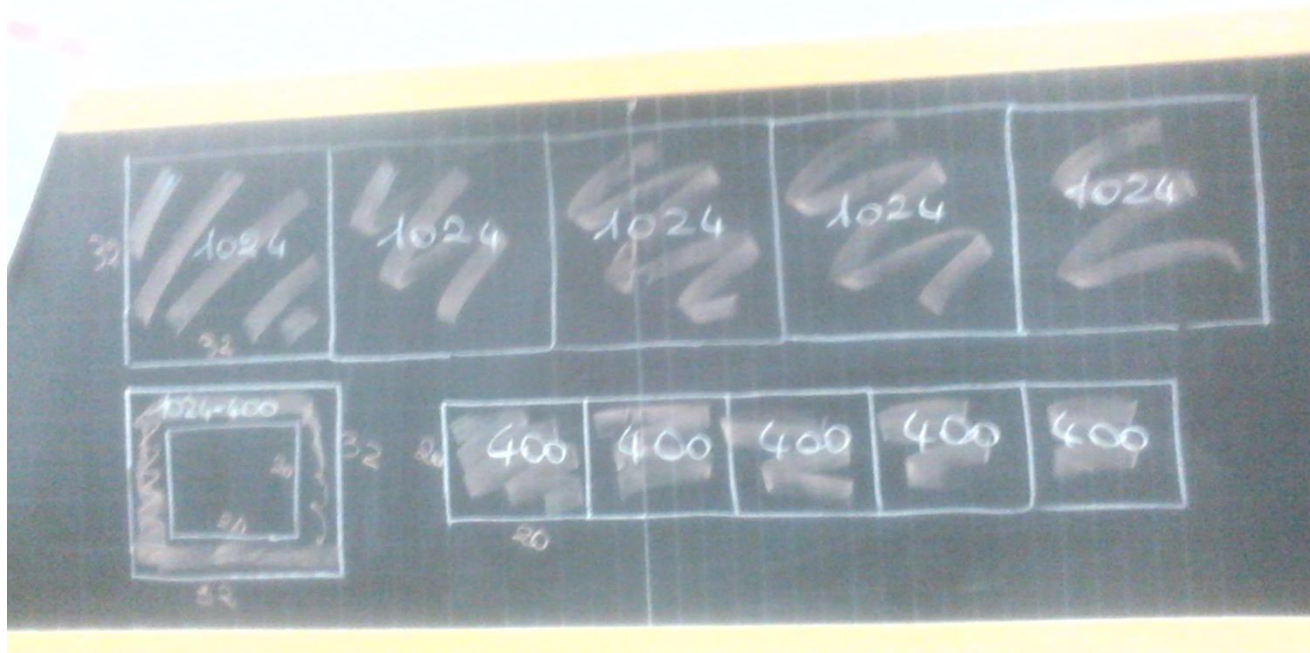
Ancora esempi

- Leggi attentamente il testo e rispondi alle domande.
Un cuoco prepara 5 frittate. Per ogni frittata usa 4 uova.
 1. Che cosa prepara il cuoco?
 2. Quante sono le frittate?
 3. Quante uova per ogni frittata?
 4. Per tutte le frittate bastano quattro uova?
 5. Quante uova per 2 frittate?
 6. E per 3?
 7. Quante uova per 5 frittate?
- Ugo ha delle macchinine rosse, blu e gialle. Ha messo in fila 5 macchinine per ogni colore. Quante ne ha messe in fila? Quante ruote in tutto?

III Secondaria di I grado:
un problema per molti irrisolvibile.

Sulla faccia di un **cubo** il cui **spigolo** è 32 cm è scavato un altro cubo di spigolo 20 cm.
Calcola l'**area totale** del solido.





E' natale, immagina che nonno sia falegname e decidete di fare un regalo a mamma: una fioriera di legno.

Visto che è natale: di abete (ps 0,5),

farete un cubo grande di 32 cm. con un buco anche a forma di cubo di 20 cm, ma il colore non va bene, allora lo pitturate di rosso. Quali e quanti pezzi dovete colorare?

Ma quanto pesa, riuscite a sollevarlo?

E galleggerà?

E se lo riempite di terra?

Il linguaggio matematico

non dovrebbe essere un ostacolo così forte per la comprensione dei contenuti e quindi causa di insuccesso nello studio di questa disciplina, ma:

- Il libro di matematica adopera un linguaggio molto complesso con parole come: dicesi (si dice), passante (che passa), intersecantesi, la cui altezza ...
- Il testo dei problemi di geometria è spesso infarcito di parole ai più incomprensibili come: ortocentro, piede della perpendicolare condotta da A ad r ...
- Il simbolismo è spesso utilizzato in maniera inappropriata dagli stessi insegnanti: $3/5$ di 15 \longrightarrow $15:5 = 3 \times 3 = 9$...
- Stringhe dense di informazioni: $[a, b[$...
- Parole con significato profondamente diverso dalle stesse utilizzate nel gergo comune: spigolo, guadagno e ricavo, area e superficie

Secondaria di II grado

Una riflessione sul linguaggio: un allievo dichiara che

*“Non è lecito semplificare $x^2 - 5$ con $x^2 + 5$
perché hanno segno diverso”.*

(il che, in un certo senso, è vero ...

se -5 e $+5$ avessero lo stesso segno,

si potrebbe facilmente semplificare);

ma nella comunicazione che poi è emersa

grazie a questo genere di attività, è risultato che per alcuni

studenti neppure -5 e $+5$

potevano essere semplificati, per la stessa regola.

«Un'idea geniale risolve spesso un grande problema, ma nella risoluzione di tutti i problemi interviene un pizzico di genialità.

Può trattarsi di un problema modesto; tuttavia, se esso stuzzica la nostra curiosità ed eccita le nostre facoltà mentali e, soprattutto, se si riesce a risolverlo da soli, si scoprirà l'ansia della ricerca e la gioia della scoperta.

Simili esperienze, fatte a tempo opportuno, possono rappresentare un vero e proprio esercizio dello spirito e lasciare un'impronta nell'animo e nel carattere per tutta la vita.»

Quindi un insegnante di matematica ha una grande possibilità.

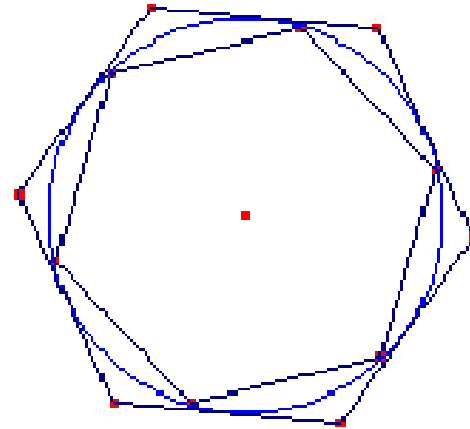
«Se egli impiegherà le sue ore di lezione a far eseguire dei calcoli ai suoi studenti, finirà per soffocare il loro interesse, arrestare il loro sviluppo mentale e sciupare l'opportunità che gli si presenta. Invece, se risveglierà la curiosità degli alunni proponendo problemi di difficoltà proporzionate alle loro conoscenze e li aiuterà a risolvere le questioni proposte con domande opportune, egli saprà ispirare in loro il gusto di un ragionamento originale.»

(G. Polya, “How to solve it”, 1945; trad.it. “Come risolvere i problemi di matematica – Logica ed euristica nel metodo matematico”, 1967)

Pietro:



Prof, ma la circonferenza può essere un poligono di infiniti lati?



Luca:

5. Grandi (e piccoli) premi!

Alla scuola di Liliana, per festeggiare la fine delle lezioni, hanno organizzato una lotteria per la quale hanno stampato 100 biglietti. Su 40 di questi c'è scritto "buono per un piccolo premio". Su 1 c'è scritto "buono per un grande premio". Gli altri biglietti non danno invece diritto a nessun premio.

Quanti biglietti bisogna comprare per essere sicuri di vincere almeno un premio (grande o piccolo che sia)?

... e Luca, che è bravissimo nei giochi risponde: 1.
Tutta la classe lo prende in giro perché non ha risposto bene, e lui candidamente risponde:

io sono fortunato!



Bibliografia

- Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo di istruzione - Ministero della Pubblica istruzione
- I nuovi ordinamenti scolastici strumenti e materiali per l'innovazione
NORME INDICAZIONI COMMENTI - Ministero della Pubblica istruzione
- Elementi di didattica della matematica – Silvio Trotter – Forcom
- Le difficoltà nell'apprendimento della matematica – Contardi e Piochi – Erickson
- Le uova di Pasquale – Ciriaci e Schiocchetti – Fast Edit
- Problemi per immagini – Camillo Bortolato – Erickson
- Programmi di potenziamento della cognizione numerica e logico scientifica – collana diretta da Daniela Lucangeli - Erickson

The voice of the Master - K.Gibran

“Colui che ripete
quel che non comprende
non è migliore di un asino
che porti un carico di libri”

